

المحاضرة 6

الفصل السادس

تعيین عناصر الإنتاج من الآبار الغازية

إن جميع العمليات التكنولوجية التي تحصل في الطبقة المنتجة والآبار الغازية ونظم التجميع والمعالجة تتطلب مراقبة ومعرفة تغيرات المؤشرات الأساسية لعملية الإنتاج وهلليضغط والحرارة والإنتاجية، حيث أن هذه المؤشرات تعطي صورة عن احتياطي المكمن الغازي وإمكانية انفصال المكثفات الغازية والتغيير الذي يطرأ على تركيب الغاز المنتج

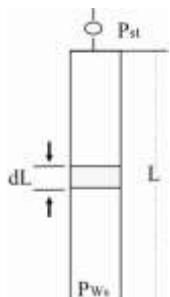
يمكن تحديد قيم الضغط في الطبقة وفي الآبار الغازية إما بالقياس المباشر أو بالطرق التحليلية، حيث أن أغلب الطرق الحسابية تعتمد على قيم الضغط والحرارة المقلسة على فوهة البئر . إن تفاصيل الطرق الحسابية ترتبط بنظام الجريان وبوجود المواد السائلة والشوائب الصلبة في الغاز المنتج.

1-6- تحديد ضغط قاع البئر السكוני:

يتم التعیین الأكثر دقة لضغط قاع البئر الغازية المغلقة، من خلال إزالة مقياس ضغط جوفي وفي حالة عدم إمكانية القيام بذلك يمكن أن يتم حساب ضغط قاع البئر من خلال قيم الضغط السكوني على رأس البئر. عملياً، تعتبر قيمة ضغط القاع في البئر المغلقة بعد الوصول إلى حالة الاستقرار التام مساوية للضغط الطبيعي ويتم حسابها كما يلي

$$\text{الضغط الناتج عن عمود من الغاز ارتفاعه } d_L : \quad d_p = \gamma_g \cdot d_L \quad (6-1)$$

γ_g - الوزن الحجمي للغاز .



من أجل كمية من الغاز dG ، تستطيع كتابة المعادلة العامة للغازات على الشكل التالي:

$$p \cdot dV = z \cdot dG \cdot R \cdot T \quad (6-2)$$

حيث أن:

- ضغط الغاز . Pa
- الحجم الذي تشغله كمية الغاز dG
- ثابت الغازات العام R
- حرارة الغاز $^{\circ}K$

- معامل انضغاط الغاز.

نأخذ النسبة:

$$\frac{d_G}{d_v} = \frac{p}{zRT} = \rho_g \quad (6-3)$$

$$\gamma_g = \rho_g \cdot g$$

وبالتالي تستطيع كتابة العلاقة (6-1) على الشكل التالي:

$$dp = \gamma_g \cdot dL = \rho_g \cdot g \cdot dL = \frac{P \cdot g}{zRT} \cdot dL \quad (6-4)$$

بشكل عام وأثناء الحسابات نستخدم مفهوم الكثافة النسبية والوزن الحجمي النسبي، ومع العلم بأن قيمة الثابتة العامة للغازات من أجل وزن حجمي لعدة غازات تتناسب عكساً مع قيمة الأوزان الحجمية لهذه الغازات، فإننا نستطيع كتابة:

$$\bar{\gamma} = \frac{\gamma_g}{\gamma_a} = \frac{\rho_g \cdot g}{\rho_a \cdot g} = \bar{\rho} = \frac{R_a}{R_g} \quad (6-5)$$

$$R_g = R_a \frac{\gamma_a}{\gamma_g} = \frac{R_a}{\bar{\gamma}} = \frac{R_a}{\bar{\rho}} \quad (6-6)$$

حيث:

- الوزن الحجمي للهواء.

- الوزن الحجمي للغاز.

- الوزن الحجمي النسبي للغاز.

- كثافة الغاز.

- الكثافة النسبية للغاز.

R_a ، R_g - ثابت الغازات التام من أجل 1 kg من الهواء والغاز.

مع الأخذ بالاعتبار العلاقة (6-5)، نستطيع كتابة المعادلة (6-4) على الشكل التالي:

$$dp = \frac{P \cdot g \cdot \bar{\rho}}{z \cdot R_a \cdot T} \cdot dL \quad (6-7)$$

وبتكامل العلاقة من ضغط فوهة البئر p_{st} وحتى ضغط قاع البئر p_{ws} المقابل للعمق L نحصل على:

$$\int_{p_{st}}^{p_{ws}} \frac{dp}{p} = \int_0^L \frac{g \cdot \bar{\rho}}{z \cdot R_a \cdot T} \cdot dL$$

$$\int_{p_{st}}^{p_{ws}} \frac{dp}{p} = \frac{g \cdot \bar{\rho}}{R_a \cdot T} \int_0^L \frac{dL}{z \cdot T} \quad (6-8)$$

إذا أخذنا بعين الاعتبار أن قيم T . z ثابتة على طول البئر ولهمما قيم وسطية فالعلاقة السابقة تأخذ الشكل التالي:

$$\ln \frac{p_{ws}}{p_{st}} = \frac{g \cdot \bar{\rho} \cdot L}{R_a \cdot z \cdot T} \quad (6-9)$$

$$p_{ws} = p_{st} \cdot e^{\frac{g \cdot \bar{\rho} \cdot L}{R_a \cdot z \cdot T}}$$

قيمة R_a من أجل 1 kg هواء هي:

نجد: $R_a = \frac{8314}{29} = 287 \text{ J/kg.k}^\circ$

$$p_{ws} = p_{st} \cdot e^{\left(\frac{9.81 \cdot \bar{\rho} \cdot L}{287 \cdot z \cdot T}\right)} \quad (6-10)$$

وبشكل مختصر:

$$s = 0.03415 \cdot \frac{\bar{\rho} \cdot L}{z \cdot T} \quad (6-11)$$

$$p_{ws} = p_{st} \cdot e^{0.03415 \cdot \frac{\bar{\rho} \cdot L}{z \cdot T}}$$

- عامل انصهار الغاز عند القيم الوسطية للضغط والحرارة (\bar{T} , \bar{z})

تحسب الحرارة الوسطية بالعلاقة:

$$\bar{T} = (T_w - T_t) / \ln \frac{T_w}{T_t} \quad (6-12)$$

- درجة حرارة قاع ورأس البئر على الترتيب.

إن حساب قيمة ضغط القاع p_{ws} حسب العلاقة (6-10) يتم وفق الترتيب التالي:

1- تحديد القيم الحرجة للضغط والحرارة T_{cr}, p_{cr}

2- بمعرفة الضغط والحرارة على رأس البئر نجد القيم المصغرة T_r, p_r

3- تحديد قيمة عامل الانصهار المقابلة لـ T_r, p_r

4- تحسب قيمة S من العلاقة (6-11) ومن ثم نحدد القيمة التقريرية للمقدار e^S ومن ثم القيمة

$$\cdot \bar{p}_0 = p_t \left(\frac{1 + e^S}{2} \right) \quad \text{اللتقريرية للضغط الوسطي}$$

5- تحسب الضغط المصغر المقابل لـ \bar{p}_0 أي $\bar{p}_{r0} = \frac{\bar{p}_0}{p_{cr}}$

6- تحديد قيمة \bar{z} المقابلة لـ \bar{T} و \bar{p}_{r0}

7- تحسب قيمة S المقابلة لـ \bar{z} المحسوبة في الخطوة (6) ومن ثم

$$p_{ws} = p_{st} e^S$$

$$8 \quad \text{وبعد ذلك القيمة الوسطية للضغط} \quad \bar{p} = \frac{(p_t + p_w)}{2}$$

تعتبر نتائج الحساب صحيحة عندما تطبق القيمة التقريرية للضغط الوسطي مع القيمة الوسطية المحسوبة بالخطوة رقم (8) ويظهر ذلك من خلال عدم اختلاف قيمة \bar{z} المقابلة. إذا لم تتطابق النتائج نعيد الحساب من أجل قيمة تقريرية جديدة.

مثال:

أحسب الضغط السكוני في قاع بئر غازية عمقها M 2000 إذا علمت ما يلي:

- الكثافة النسبية للغاز $\bar{\rho} = 0.57$.

- درجة حرارة رأس البئر $T_t = 280 \text{ k}^\circ$.

- درجة حرارة قاع البئر $T_w = 320 \text{ k}^\circ$.

- الضغط السكوني لرأس البئر $p_{st} = 180 \text{ kg/cm}^2$

في الحالات التي لا نحصل فيها على تطابق قيم معامل تلطف الغاز من أجل القيم المحسوبة، فإن الضغط السكوني لقاع البئر يحدد بأسلوب آخر (راجع الجزء العملي).

6- حساب ضغط قاع البئر العاملة:

يمكن تعين ضغط القاع في الآبار الغازية العاملة إما باستخدام مقاييس جوفية أو بالطريقة الحسابية التي نأخذ بها اعتبار الضبابات التبلة عن حركة الغاز (الاحتراك).

نفترض أن حركة الغاز في البئر الغازية تتم دون إنجاز أي عمل خارجي، وفي هذه الحالة تأخذ معادلة جريان الغاز الشكل التالي:

$$dh + \frac{wdw}{g} + v.dp + \lambda \left(\frac{w^2}{2g_D} \right) dh = 0 \quad (6-13)$$

حيث أن:

- h - عمق البئر.

- w - سرعة الغاز.

- g - تسارع الجاذبية

- v - الحجم النوعي للغاز.

- p - الضغط

- λ - معامل المقاومة الهيدروليكيه

- D - قطر البئر.

تنقص درجة حرارة الغاز من القاع وحتى السطح بسبب التبادل الحراري مع الطبقات الصخرية التي يخترقها البئر، وحيث أن احتساب مثل هذه التغيرات في درجة الحرارة معقلاً جداً، فإنه يتم اعتماد

قيمة وسطية لدرجة حرارة الغاز الصاعد على طول محور البئر، كما أن قيمة الحد الثاني في العلاقة (6-13) والذي يأخذ بالاعتبار تغير سرعة الغاز ليست كبيرة ويمكن إهمالها . عندئذ تأخذ المعادلة (6-13) الشكل التالي:

$$dh + v \cdot dp + \lambda \cdot \frac{w^2}{2g_D} dh = 0 \quad (6-14)$$

انطلاقاً من المعادلة العامة للغازات، ومع الأخذ بالاعتبار أن $z \approx \bar{z} = \text{const}$ $T \approx \bar{T} = \text{const}$ فإن:

$$v = \frac{1}{\rho_g} = \frac{zRT}{p} = \frac{zR_a \cdot T}{\rho \cdot p} \quad (6-15)$$

$$\frac{w \cdot p}{z \cdot T} = \frac{w_s \cdot p_s}{T_s}$$

$$w = \frac{w_s \cdot p_s \cdot T \cdot z}{T_s \cdot p} \quad (6-16)$$

حيث أن:

w_s - سرعة الغاز في الشروط النظامية T_s, p_s

بتعويض قيم v, w في المعادلة (6-14) نحصل:

$$dh + \frac{zR_a \cdot T}{\rho \cdot g} \cdot \frac{dp}{p} + \frac{\lambda}{2g_D} \left(\frac{w_s \cdot p_s \cdot T \cdot z}{T_s} \right)^2 \frac{dh}{p^2} = 0 \quad (6-17)$$

باعتماد القيم الوسطية لـ T, z وبفرض أن:

$$\alpha = \frac{\bar{z}R_a \cdot \bar{T}}{\rho \cdot g}$$

$$B = \frac{\lambda}{2g_D} \left(\frac{w_s \cdot p_s \cdot \bar{T} \cdot \bar{z}}{T_s} \right)^2 = 1.377 \lambda \frac{\bar{T}^2 \cdot \bar{z}^2 \cdot \bar{Q}^2}{D^5} \quad (6-18)$$

- إنتاجية البئر. ألف متر مكعب في اليوم في الشروط $T=293$ والضغط الجوي

- القطر الداخلي لمواسير الإنتاج .cm

بتبديل العلاقة (6-18) في العلاقة (6-17) نحصل:

$$dh + a \frac{dp}{p} + \beta \frac{dh}{p^2} = 0 \quad (6-19)$$

$$\left(1 + \frac{B}{p^2} \right) dh = -a \frac{dp}{p} \quad (6-20)$$

$$-\frac{2}{a} \cdot dh = \frac{2pdp}{p^2 + B} \quad (6-21)$$

نـكـامل طـرـفـي العـلـاقـة (6-21) مـن $p_{tf} - p_{wf} = L$ فـنـجـد:

$$\ln \frac{p_{wf}^2 + B}{p_{tf}^2 + B} = \frac{2}{a} \cdot L$$

$$p_{wf}^2 = p_{tf}^2 \cdot e^{\frac{2L}{a}} + B \left(e^{\frac{2L}{a}} - 1 \right) \quad (6-22)$$

بـإـخـال قـيم a, B تـأـخذ الصـيـغـة الشـكـلـيـة التـالـيـة

$$p_{wf} = \sqrt{p_{tf}^2 \cdot e^{\frac{0.0683\bar{\rho} \cdot L}{T \cdot z}} + 1.377 \cdot \frac{\lambda \cdot T^2 \cdot z^2 \cdot Q^2}{D^5} \left(e^{\frac{0.0683\bar{\rho} \cdot L}{T \cdot z}} - 1 \right)} \quad (6-23)$$

$$p_{wf} = \sqrt{p_{tf}^2 \cdot e^{2s} + \theta Q^2}$$

تـعـلـق قـيـمة مـعـلـم المـقاـوـمة الهـيـدـرـولـيـكـة بـعـد رـيـنـوـلـذـر R وـالـخـشـونـة النـسـبـيـة لـجـدـرـانـ الـأـنـابـيب ϵ .

يـتـم حـاسـب R و ϵ مـن الصـيـغـة التـالـيـة:

$$Re = k \cdot \frac{Q \cdot \bar{\rho}}{D \cdot \mu} \quad (6-24)$$

$$\epsilon = \frac{2L_k}{10D} \quad (6-25)$$

حيـث أـن:

L_k - الخـشـونـة المـطلـقة mm، وـهـي تـعـلـق بـمـعـدـنـ الـمـوـاسـير وـطـرـيـقـة صـنـعـهـا وـعـمـرـهاـ فـيـ الـعـمـلـ.

Q - إـنـتـاجـيـة البـلـثـرـ أـلـفـ مـتـرـ مـكـعـبـ بـالـيـوـمـ.

D - القـطـر الدـاخـلـيـ لـلـمـوـاسـير cm.

μ - اللـزـوجـةـ الـدـيـنـامـيـكـيـةـ لـلـغـازـ c.p

k - معـالـمـ لـهـ وـاحـدـةـ الـقـيـاسـ s^2/m^4 . kg. تعـتمـدـ قـيـمةـ 1777ـ kـ عـنـدـ الـدـرـجـةـ 20ـ والـضـغـطـ

الـجـوـيـ وـ1910ـ kـ عـنـدـ الـدـرـجـةـ 0ـ والـضـغـطـ الـجـوـيـ.

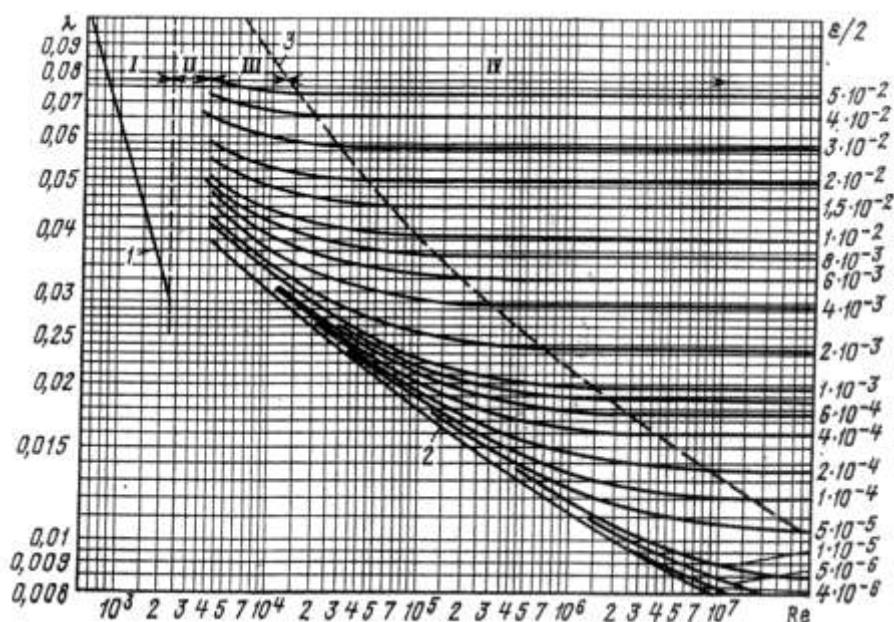
فيـ حـالـةـ الـجـريـانـ الـخـطـيـ فإنـ قـيـمةـ λ لاـ تـعـلـقـ بـخـشـونـةـ الـمـوـاسـيرـ وـتـحـسـبـ بـالـعـلـاقـةـ:

$$\lambda = \frac{64}{Re} \quad (6-26)$$

أـمـاـ عـنـدـ الـجـريـانـ الـمـضـطـرـبـ فإـنـ قـيـمةـ λ تـعـلـقـ بـ Re و ϵ وـتـحـسـبـ بـالـصـيـغـةـ:

$$\lambda = \frac{1}{4 \left[\text{Lg} \left(\frac{5.62}{R_e^{0.9}} + \frac{\epsilon}{7.41} \right) \right]^2} \quad (6-27)$$

بيانياً، تُحدّد قيم معامل المقاومة الهيدروليكيّة λ بالعلاقة مع Re و ϵ من الشكل (6-1).



الشكل (6-1) عامل المقاومة الهيدروليكيّة λ بالعلاقة مع عدد رينولدز Re والخشونة ϵ .

- I - منطقة الجريان الخطى.
- II - المنطقة الحرجة
- III - المنطقة الانتقالية للجريان المضطرب.
- IV - المنطقة التي لا يتعلّق λ بـ Re

مثال:

أحسب ضغط قاع البئر المنتجة من خلال أنابيب الإنتاج إذا علمت:

- عمق البئر m

- قطر مواسير الإنتاج $D = 63 \text{ mm}$
- الضغط على رأس البئر 100 kgf/cm^2
- الإنتاجية $Q = 150000 \text{ m}^3/\text{day}$
- درجة الحرارة الوسطية $\bar{t} = 27^\circ\text{C}$
- كثافة الغاز النسبية $\bar{\rho} = 0.57$
- خشونة الأنابيب المطلقة $L_k = 0.12 \text{ mm}$

6-3 التدرج الحراري في الآبار الغازية:

تُعتبر معرفة التوزع الحراري في الآبار الغازية أمراً مهماً من أجل إنجاز مختلف الحسابات المتعلقة بوضع مخطوطات استثمار المكامن الغازية.

تتعلق درجة حرارة الغاز في البئر بمجموعة من الأمور منها : درجة حرارة الطبقة المنتجة ودرجة حرارة الطبقات المتوضعة أعلىها، ظروف استثمار البئر، الإنتاجية، تدرج الضغط ما بين الطبقة والبئر وحرارة الهواء المحيط، حيث أن هذه الأخيرة تؤثر على حرارة الطبقات السطحية من الأرض حتى العمق L_d وهو عمق الطبقة التي تتميز بدرجة حرارة ثابتة خلال ساعات اليوم الواحد، وتتراوح قيمة $m(1-2) = L_d$. تحت هذا العمق تتوضع طبقة تسمى الطبقة ذات درجة الحرارة الطبيعية، وتتميز بثبات حرارتها طيلة أيام العام ويتراوح عمقها $m(10-40)$. بشكل عام يحدد عمق هذه الطبقة بالعلاقة مع L_d :

$$L_n = 19.1 L_d$$

6-3-1 التدرج الحراري في البئر المتوقفة:

يتم تحديد الحرارة على أعمق مختلفة في البئر الغازية بالقياس المباشر . ولكن من أجل الحسابات العملية فإن تغيرات درجة الحرارة مع العمق يحسب بالعلاقة:

$$t_x = t_f - \gamma (L_f - x) \quad (6-28)$$

حيث أن:

t_x - درجة الحرارة عند العمق x , C ,

t_f - درجة حرارة الطبقة المنتجة عند العمق L_f , C ,

γ - متوسط التدرج الحراري الجيولوجي. C/M و يحدد بالعلاقة:

$$\delta = \frac{t_f - t_n}{L_f - L_n} \quad (6-29)$$

t_n , L_n - درجة حرارة وعمق الطبقة الطبيعية.

6-3-2- التدرج الحراري في البئر العاملة:

أثناء الإنتاج من البئر الغازية، ونتيجة لوجود فارق ضغط بين الطبقة وقاع البئر فإنه يحدث انخفاض في درجة الحرارة Δt وذلك بتأثير فعل جول وبيكون. تُعين قيمة Δt بالعلاقة:

$$\Delta t = t_f - t_w = D_i (p_f - p_w) \frac{\frac{G \cdot C_p \tau}{\pi \cdot H \cdot C_r \cdot R_w^2}}{\frac{Lg}{R_e} \frac{R_e}{R_w}} \quad (6-30)$$

حيث أن:

t_w ، t_f - درجة حرارة الطبقة وقاع البئر على الترتيب $^{\circ}C$.

D_i - معامل جول وتومسن في الطبقة $.C / (kgf/cm^2)$

R_w ، R_e - قطر الكونتور والبئر على الترتيب m .

p_w ، p_f - الضغط الظقي وضغط قاع البئر (kgf/cm^2)

H - سمك الطبقة m .

G - الإنتاجية الوزنية للغاز kg/h وتحدد بمعرفة الإنتاجية الحجمية:

$$G = 54 \cdot \bar{\rho} \cdot q \quad (6-31)$$

q - الإنتاجية. ألف متر مكعب باليوم.

C_p - السعة الحرارية للغاز في الشروط الطبقية $.k.cal/m^3 \cdot ^{\circ}C$

C_r - السعة الحرارية للصخور ، وقيمتها للصخور الجافة $0.18-0.2 k.cal/kg \cdot ^{\circ}C$. وتعتبر قيمتها في الحسابات العملية $0.3 k.cal/kg \cdot ^{\circ}C$ من أجل الصخور المشبعة بالرطوبة.

τ - زمن عمل البئر منذ بداية الإنتاج بالساعة.

تحسب درجة الحرارة على العمق x في البئر الغازية العاملة من الصيغة:

$$t_x = t_f - \gamma x - \Delta t e^{-\alpha x} + \frac{1 - e^{-\alpha x}}{\alpha} \left[\gamma - \frac{D_i (p_w - p_x)}{x} - \frac{A}{C_p} \right] \quad (6-32)$$

p_x - الضغط عند العمق x $.kgf/cm^2$

A - المعادل الحراري للعمل $. \frac{1}{427} kcal/kgm$

\bar{p} - السعة الحرارية الوسطية للغاز عند الضغط الوسطي C_p

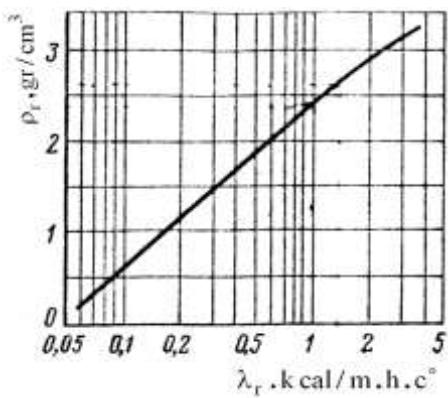
α - معامل يعطى بالعلاقة:

$$\alpha = 2\pi\lambda_r / G \cdot C_p f(\tau)$$

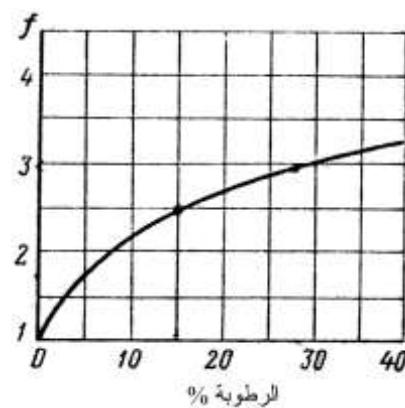
$f(\tau)$ -تابع للزمن وبدون واحده:

$$f(\tau) = \ln \left(1 + \sqrt{\frac{\pi \lambda_r \cdot \tau}{C_r \cdot R_w^2}} \right)$$

تتعلق الناقلة الحرارية لصخور الطبقات بمواصفات الصخور ودرجة تشبعها بالرطوبة وتحدد قيمتها لصخور الجافة من الشكل (6-2). أما معامل التصحيف f الذي يأخذ بالاعتبار تأثير الرطوبة فيحدد من الشكل (6-3). وتنتج القيمة الحقيقة للناقلة بضرب قيمة f بـ λ_{r0} .



الشكل (6-2)
الناقلة الحرارية لصخور الجافة
بالعلاقة مع كثافتها



الشكل (6-3)
معامل التصحيف لتحديد الناقلة الحرارية
لصخور الرطبة

مثال:

يطلب تعين التوزع (الدرج) الحراري في بئر غازية إنتاجيتها $Q = 1200.000 \text{ m}^3/\text{day}$ إذا علمنا ما يلي:

- درجة حرارة الطبقة $t_f = 137 \text{ }^{\circ}\text{C}$.
- الضغط الطبقي $p_f = 261.6 \text{ kgf}/\text{cm}^2$.
- ضغط القاع $p_w = 221.4$.
- السماكة المنتجة $H = 50 \text{ m}$.
- قطر الكونتر $R_r = 500 \text{ m}$.
- قطر البئر $R_w = 0.1 \text{ m}$.
- الكثافة النسبية $\bar{\rho} = 0.6$.
- زمن عمل البئر $\tau = 8700 \text{ h}$.
- التدرج الحراري الجيولوجي $\delta = 0.0325 \text{ }^{\circ}\text{C}/\text{m}$.
- السعة الحرارية للكسر $C_r = 700 \text{ kcal}/\text{m}^3 \cdot \text{C}^{\circ}$.
- الناقلة الحرارية لصخور $\lambda_r = 2.3 \text{ kcal}/\text{m.h.C}^{\circ}$.
- الكتلة المولية للغاز 17.43 kg/kmol .

- يتم إجراء الحسابات على الأعمق التالية المقاسة من منتصف المجال المتقدب . (فوهة البئر)
 $L = 400, 1400, 2400, 3400, 0$

مسألة:

أحسب درجة الحرارة النهائية للغاز t_2 في نهاية انفلاته ومتوسط قيمة معامل جول وتومسن إذا علمت ما يلي:

$$p_1 = 80 \text{ kgf/cm}^2 \quad t_1 = 45.3^\circ\text{C} \quad , \quad p_2 = 60, 40, 30, 20, 10 \text{ kgf/cm}^2$$

تركيب الغاز الحجمي:

$$\text{CH}_4 : 82.76 \quad , \quad \text{C}_2\text{H}_6 = 9.68 \quad , \quad \text{C}_3\text{H}_8 = 3.23 \quad , \quad \text{C}_4\text{H}_{10} = 1.29$$

$$\text{C}_5\text{H}_{12} = 0.42 \quad , \quad \text{C}_6\text{H}_{14} = 0.14 \quad , \quad \text{CO}_2 = 2.48 \quad , \quad \text{Mmix} = 19.88$$

$$p_{cr} = 46.7 \text{ kgf/cm}^2 \quad , \quad T_{cr} = 208.5 \text{ K}$$

4-6- قياس إنتاجية الآبار الغازية:
4-4-1 الدراسة التحليلية لجريان الغاز عبر الفالة:

عند الإنتاج من بئر غازية، فإن الغاز يجري عبر الفالة ووصلة تمرير تتصل بها . ومن أجل معرفة القواعد النظرية لهذا الجريان ننطلق من معادلة الطاقة العامة، التي تعبر عن التوازن أو حفظ الطاقة بين نقطتين من النظام المدروس.

إن موازنة الطاقة للحالة المستقرة تتضمن ببساطة على أن طاقة المائع الداخل إلى حجم معين إضافة إلى العمل المطبق على المائع أو المنجز من قبل المائع والطاقة الحرارية المضافة أو المأخوذة من المائع يجب أن تكون متساوية إلى الطاقة الخارجة من نفس الحجم

تكتب معادلة توازن الطاقة للحالة المستقرة كما يلي:

$$x_1 + \frac{w_1^2}{2g} + u_1 = x_2 + \frac{w_2^2}{2g} + u_2 + p_2 v_2 - p_1 v_1 - E_p \quad (6-33)$$

حيث يشير الرمز 1 إلى حالة ما قبل الفالة، أما الرمز 2 فيشير إلى حالة ما بعد الفالة

x - الطاقة الكامنة لواحد كيلو غرام من الغاز تقدر بـ J/kg .

w - الطاقة الحركية لواحد كيلو غرام من الغاز تقدر بـ $\frac{\text{W}^2}{2g}$.

u - الطاقة الداخلية لواحد كيلو غرام من الغاز تقدر بـ J/kg .

v - الحجم النوعي للغاز. m^3/kg .

- الطاقة الحرارية الناتجة من تحول طاقة الجريان kg 1 من الغاز عند مروره عبر الفالة.

- ضغط الغاز في الأنابيب pa .

عملياً يمكن اعتبار جريان الغاز من خلال الفالة عملية أديبانتية (Adiabatic) أي دون تبادل حراري مع الوسط الخارجي ($E_p = 0$). وعلى اعتبار أن الجريان أفقى فإن $x_2 = x_1$.

من المعلوم أن $i = pv + u$ حيث تمثل i إنتالبيه النظام الغازي.

من خلال ما ذكر أعلاه يمكن أن نكتب المعادلة (6-33) على الشكل التالي:

$$i_1 + \frac{w_1^2}{2g} = i_2 + \frac{w_2^2}{2g} \quad (6-34)$$

$$\frac{w_2^2}{2g} - \frac{w_1^2}{2g} = i_1^2 - i_2^2 \quad (6-35)$$

ولكن معادلة جريان الغاز بين مقطعين يمكن أن تكتب على الشكل التالي:

$$E = i_2 - i_1 - \int_1^2 v \cdot d_p \quad (6-36)$$

حيث q : كمية الحرارة الكلية المتحررة عند جريان 1kg من الغاز من المقطع (1) إلى المقطع (2).

يمكن التعبير عن كمية الحرارة E المقابلة لواحد كيلو غرام من الغاز على الشكل:

$$E = E_p + E_{fr} \quad (6-37)$$

حيث أن:

E_{fr} : كمية الحرارة الناتجة عن الاحتكاك لواحد كيلوغرام عند مروره خلال الفalla.

لقد اعتمدنا في الاستنتاجات السابقة على أن جريان الغاز هو من النوع الأديبatic أي أن $E_p = 0$. وإذا اعتبرنا أن قوى الاحتكاك مهملاً، عندئذ يمكن كتابة ما يلي:

$$E = E_p + E_{fr} = 0 \quad (6-38)$$

$$i_2 - i_1 - \int_1^2 v \cdot d_p = 0 \quad (6-39)$$

بتطويق المعادلة (6-35) في المعادلة (6-39) ينتج:

$$\frac{w_2^2}{2g} - \frac{w_1^2}{2g} = - \int_1^2 v \cdot d_p = \int_2^1 v \cdot d_p \quad (6-40)$$

تكتب معادلة الحالة للغازات المثالية في عملية التحول الأديبatic على الشكل التالي:

$$p v^\gamma = p_1 v_1^\gamma \quad (6-41)$$

حيث γ : الأس الأديبatic.

$$v = \frac{\frac{1}{p_1^{\frac{1}{N}} \cdot v_1}}{\frac{1}{p^{\frac{1}{N}}}} \quad (6-42)$$

بتعويض قيمة v من المعادلة (6-42) في العلاقة (6-40) نحصل:

$$\begin{aligned} \int_2^1 v \cdot dp &= \int_2^1 \frac{p_1^{\frac{1}{N}} \cdot v_1}{p^{\frac{1}{N}}} dp = p_1^{\frac{1}{N}} \cdot v_1 \frac{N}{N-1} \left(p_1^{\frac{N-1}{N}} - p_2^{\frac{N-1}{N}} \right) \\ &= \frac{N}{N-1} p_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{N-1}{N}} \right] \end{aligned} \quad (6-43)$$

وبتوحيد العلاقات (6-40) و(6-43) نجد:

$$w_2 = \sqrt{w_1 + \frac{2g N}{N-1} p_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{N-1}{N}} \right]} \quad (6-44)$$

على اعتبار أن سرعة الغاز قبل الفالة صغيرة جداً بالمقارنة مع السرعة بعد الفالة، فيمكن أن نعتبر $w_1 = 0$ عندئذ نأخذ المعادلة (6-44) الشكل التالي:

$$w_2 = \sqrt{\frac{2g N}{N-1} p_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{N-1}{N}} \right]} \quad (6-45)$$